

文章编号: 1000-5870(1999)04-0065-06

埋地管道的平稳随机振动

帅健 吕英民 蔡强康

(石油大学机电工程系, 北京 102200)

摘要: 考虑地震时大地震动的相关性, 导出了埋地管道轴向和横向随机振动响应的功率谱密度函数的解析式。实例计算表明, 边界条件的影响仅限于管端附近。无论是轴向振动还是横向振动, 埋地长管线的各阶固有频率均十分接近, 出现了模态密集现象。由于有模态密集和较大的阻尼, 模态之间的相互作用不可忽略。只要管段取得足够长, 管中部应力就不随管段长度而变化。大地震动的空间相关性对管线随机振动影响很大, 因此要慎重选取。Clough-Penzien 给出的 CP 模型和胡聿贤给出的 H 模型都可用来计算埋地管道的随机响应, 但 CP 模型的计算结果更合理。

关键词: 地震; 埋地管道; 振动; 随机响应; 计算模型
中图分类号: TE 973.1 文献标识码: A

1 地震波引起的地面运动

地震波是由沿地质断层的不规则滑动产生的, 在穿过复杂的地下和地面构造的过程中, 经历了多次随机反射、折射或衰减, 所以, 分析地震波引起的地面运动时应采用随机过程模型。对大部分地震而言, 地震引起的地面运动加速度在强震持续时间内大致是平稳的。一般说来, 埋地管道的最大地震响应也发生在此时间内, 故可将地震波引起的地面运动过程简化为平稳随机过程。为了便于分析, 又将其假定为高斯平稳随机过程。

在结构的随机响应和可靠性分析中, 地震载荷常以功率谱密度函数来表达。在已经提出的多种地震动加速度平稳自功率谱的经验模型中, 应用最广的是 Kanai-Tajimi 功率谱密度函数^[1], 此模型的优点是简单及应用方便, 且已形成了较完整的模型参数确定方法; 其缺点是不适当地夸大了低频地震震动能, 用于长周期结构的地震响应分析时可能给出不合理的结果, 也不能用于分析多点大地震动激励下的结构响应。为此, 人们提出了多个修正方案, 其中 Clough 和 Penzien 教授给出的修正方案(下称 CP 模型)^[2]与胡聿贤教授给出的修正方案(下称 H 模型)^[3]较为常用。

地震动不仅随时间而发生随机变动, 而且也随空间出现随机分布。假设地震动在空间直接相关的情况下, 互谱密度可以表示为

$$S_{\ddot{u}_g}(x_1, x_2, \omega) = S_{\ddot{u}_g}(\omega)Q(x_1, x_2), \quad (1)$$

其中, $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ 为地面运动加速度功率谱; $Q(x_1, x_2)$ 为衰减函数^[4], 其表达式为

$$Q(x_1, x_2) = \exp\left[-c\left(\frac{z\omega}{v_s}\right)^\gamma\right]. \quad (2)$$

式中, z 为 x_1 和 x_2 两点之间的水平距离, $z = |x_1 - x_2|$; v_s 为土壤的剪切波速; ω 为波动频率, $\omega = 1/T_g$, T_g 为波动传播周期; c 为常数, 它与震中距离、地震强度、介质均匀性等因素有关; 在数据不足的情况下, $\gamma = 1$ 。

2 管线的轴向振动

埋地管线轴向振动模型如图 1 所示, 用分布弹簧 K_A 和阻尼 C_A 来表示土壤对管子的作用。



图 1 管轴向振动模式

收稿日期: 1999-03-05

作者简介: 帅健(1963—), 男(汉族), 湖北黄梅人, 教授, 目前从事工程力学与油气储运工程方面的研究。

管线振动的基本方程为^[3]

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + K_A u(x, t) - EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = C_A \frac{\partial u_g(x, t)}{\partial t} + K_A u_g(x, t), \quad (3)$$

式中, $u(x, t)$ 为绝对轴向位移; $u_g(x, t)$ 为地震时地面位移; m 为管子单位长度质量; E 和 A 分别为管子的弹性模量和横截面积。与土壤阻尼相比, 管子内阻尼要小得多, 因此忽略不计。

令

$$p(x, t) = C_A \frac{\partial u_g(x, t)}{\partial t} + K_A u_g(x, t), \quad (4)$$

则式(3)成为

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + K_A u(x, t) - EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = p(x, t), \quad (5)$$

令 $p(x, t) = C_A = 0$, 式(5)变为自由振动方程

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + K_A u(x, t) - EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0. \quad (6)$$

令 $u(x, t) = \varphi(x) \exp(i\omega t)$, $\varphi(x)$ 是模态函数, 可得

$$\varphi(x) = C_1 \sin \frac{\lambda x}{l} + C_2 \cos \frac{\lambda x}{l}, \quad (7)$$

其中, $\lambda = l \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_A}{EA}}$, C_1 和 C_2 是由边界条件确定的积分常数。按图 1 所示的两端自由的边界条件, 确定固有频率和模态函数为

$$\begin{cases} \omega_j = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left[1 + \frac{EA}{K_A} \frac{(j-1)^2 \pi^2}{l^2} \right]}, \\ \varphi_j = \cos \frac{(j-1)\pi x}{l}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (8)$$

同理, 可得其它边界条件下固有频率和模态函数的解析解或数值解。

将方程(6)两边乘以 $\varphi(x)$, 再对 x 从 0 到 l 积分, 得

$$\ddot{\eta}_j + 2\zeta_j \dot{\eta}_j + \omega^2 \eta_j = P_j(t), \quad (9)$$

其中

$$\eta_j(t) = \int_0^l u(x, t) \varphi_j(x) dx, \quad (10)$$

$$P_j(t) = \frac{1}{M_j} \int_0^l p(x, t) \varphi_j(x) dx, \quad (11)$$

$$\zeta_j = \frac{C_A}{2\omega_j M_j}. \quad (12)$$

式(12)中 M_j 为广义质量, 其表达式为

$$M_j = m \int_0^l \varphi_j^2(x) dx = mL_j, \quad (13)$$

其中

$$L_j = \begin{cases} l, & j = 1; \\ l/2, & j \neq 1. \end{cases}$$

式(10)的逆变换为

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \eta_j(t) \varphi_j(x). \quad (14)$$

根据式(9), $\eta_j(t)$ 对应于 $P_j(t)$ 的频率特性为

$$H_j(i\omega) = 1/(\omega_j^2 - \omega^2 + 2\zeta_j \omega_j i). \quad (15)$$

因此, $u(x, t)$ 的功率谱密度为

$$S_u(x, \omega) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} [H_j(i\omega)H(-i\omega) \times \varphi_j(x) \varphi_k(x) S_{jk}(\omega)], \quad (16)$$

式中, $S_{jk}(\omega)$ 是 $P_j(t)$ 与 $P_k(t)$ 的互功率谱密度; $S_{jj}(\omega)$ 是 $P_j(t)$ 的功率谱密度。

根据式(11), $P_j(t)$ 与 $P_k(t)$ (当 $j \neq k$) 的互相关函数式为

$$R_{jk} = E[P_j(t)P_k(t + \tau)] = \frac{1}{m^2 L_j L_k} \times \int_0^l \int_0^l E[p(x_r, t)p(x_s, t + \tau)] \varphi_j(x_r) \times \varphi_k(x_s) dx_r dx_s = \frac{1}{m^2 L_j L_k} \int_0^l \int_0^l R_p(x_r, x_s, \tau) \times \varphi_j(x_r) \varphi_k(x_s) dx_r dx_s, \quad (17)$$

相应的 $P_j(t)$ 与 $P_k(t)$ 的互功率谱密度为

$$S_{jk}(\omega) = \frac{1}{m^2 L_j L_k} \int_0^l \int_0^l S_p(x_r, x_s, \omega) \times \varphi_j(x_r) \varphi_k(x_s) dx_r dx_s. \quad (18)$$

式中 $R_p(x_r, x_s, \tau)$ 和 $S_p(x_r, x_s, \omega)$ 分别为平稳高斯过程分布载荷 $p(x_r, t)$ 与 $p(x_s, t)$ 之间的互相关函数和互功率谱密度。当 $j = k$ 时, 式(17)和式(18)分别给出了 $P_j(t)$ 的自相关函数和自功率谱密度。

根据地震时地面运动加速度的互功率谱 $S_{\ddot{u}_g}(x_r, x_s, \omega)$, 由式(4)可以确定

$$S_p(x_r, x_s, \omega) = \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(x_r, x_s, \omega). \quad (19)$$

式中, 互谱密度 $S_{\ddot{u}_g}(x_r, x_s, \omega)$ 由式(1)表示。将式(19)代入式(18)可得

$$S_{jk}(\omega) = \frac{1}{m^2 L_j L_k} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] \times$$

$$\int_0^l \int_0^l Q(x_r, x_s) \varphi_j(x_r) \varphi_k(x_s) dx_r dx_s S_{\ddot{u}_g}(\omega). \quad (20)$$

式中 $Q(x_r, x_s)$ 由式(2)定义。

引入无量纲坐标: $x'_r = x_r/l, x'_s = x_s/l$, 则有

$$S_{jk}(\omega) = \frac{1}{m^2 L_j L_k} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] J_{j,k}(n) S_{\ddot{u}_g}(\omega). \quad (21)$$

其中

$$J_{j,k}(n) = \int_0^1 \int_0^1 \exp(-n|x'_2 - x'_1|) \times \varphi_j(x'_2) \varphi_k(x'_1) dx'_2 dx'_1. \quad (22)$$

式(22)表示了地面振动相关函数对管道振动响应的影 响, 将振型函数代入式(22)并积分, 得

$$J_{j,k}(n) = \frac{n}{n^2 + a_j^2} \left\{ \frac{\sin(a_j + ak)}{a_j - ak} + \frac{\sin(a_j + ak)}{a_j + ak} + \frac{n}{n^2 + a_k^2} [\exp(-n)(\cos ak + \cos a_j) - \cos a_j \cos ak - 1] \right\}. \quad (23)$$

图 2 给出函数 $J_{j,j}(n)$ 与无量纲参数 n 的关系曲线。从图中可以看出, 当 $c = 0$ 时, 只有刚体模态, 其余各阶模态的函数 $J_{j,j}(n)$ 为零, 管中不产生轴向应力。当 $c > 0$ 时, 其余各阶模态的函数 $J_{j,j}(n)$ 逐渐增大, 引起管中应力增大。但是, 当 $c \rightarrow \infty$ 时, 各阶模态的函数 $J_{j,j}(n)$ 趋于零。 n 在 $0.1 \sim 100$ 范围内时, 除了第一阶模态外, 其余各阶模态的函数 $J_{j,j}(n)$ 值均较大, 此时会产生较大的轴向应力。

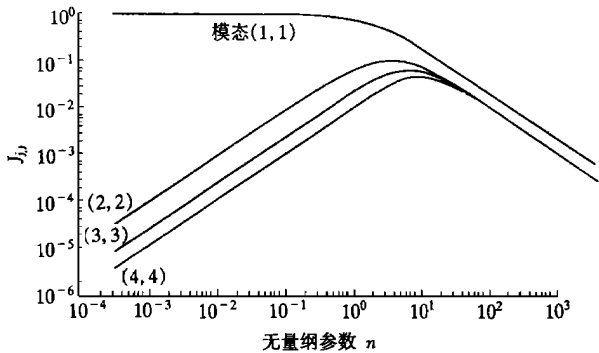


图 2 函数 $J_{j,j}(n)$ 的变化曲线

将式(21)代入式(16), 得

$$S_u(x, \omega) = \frac{l^2}{m^2} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(\omega) \times \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[H_j(i\omega) H(-i\omega) \frac{\varphi_j(x) \varphi_k(x)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) \right]. \quad (24)$$

管中轴向应力的功率谱密度为

$$S_{\sigma}(x, \omega) = \frac{E^2 \pi^2}{m^2} \left[\frac{C_A^2}{\omega^2} + \frac{K_A^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(\omega) \times \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(j-1)(k-1)}{L_j L_k} \sin \frac{(j-1)\pi x}{l} \times \sin \frac{(k-1)\pi x}{l} H(i\omega) H(-i\omega) J_{j,k}(n) \right]. \quad (25)$$

3 管线的横向振动

埋地管线的横向振动模型如图 3 所示, 土壤对管子的作用包括分布弹簧 K_T 和阻尼 C_T 。

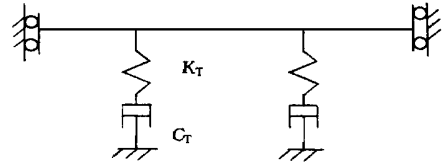


图 3 管线横向振动模型

振动的基本方程为

$$m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + K_T v(x, t) - EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = C_T \frac{\partial v_g(x, t)}{\partial t} + K_T v_g(x, t). \quad (26)$$

式中, $v(x, t)$ 为绝对横向位移; $v_g(x, t)$ 为地震地面位移; m 为管子单位长度质量; EI 为管子的弯曲刚度。

令

$$f(x, t) = C_T \frac{\partial v_g(x, t)}{\partial t} + K_T v_g(x, t), \quad (27)$$

则方程(26)变为

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + K_T u(x, t) + EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = f(x, t). \quad (28)$$

令 $f(x, t) = C_T = 0$, 则方程(28)成为自由振动方程

$$m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + K_T v(x, t) + EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = 0. \quad (29)$$

令 $v(x, t) = \varphi(x) \exp(-i\omega t)$, $\varphi(x)$ 是模态函数, 可得

$$\varphi(x) = C_1 \cosh \frac{ax}{l} + C_2 \sinh \frac{ax}{l} + C_3 \cos \frac{ax}{l} + C_4 \sin \frac{ax}{l}. \quad (30)$$

其中,

$$a = l \left[\frac{m\omega^2 - K_T}{EI} \right]^{1/4}, \quad (31)$$

$C_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 是由边界条件确定的积分常数。按图3所示的两端滑动的边界条件, 确定 $C_1 = C_2 = C_4 = 0, C_3 = 1$, 其模态函数为

$$\varphi_j = \cos \frac{a_j x}{l} = \cos \frac{(j-1)\pi x}{l}, \quad j = 1, \dots, N. \quad (32)$$

固有频率

$$\omega_j = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left[1 + \frac{EI}{K_T} \frac{(j-1)^4 \pi^4}{l^4} \right]}. \quad (33)$$

对于其它形式的边界条件, 可以得到相应的固有频率和模态函数的解。

由式(27)可以确定 $f(x, t)$ 的功率谱密度为

$$S_f(x_r, x_s, \omega) = \left[\frac{C_T^2}{\omega^2} + \frac{K_T^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(x_r, x_s, \omega). \quad (34)$$

仿照式(9~23)的推导过程, 可以求得 $v(x, t)$ 的功率谱密度为

$$S_v(x, \omega) = \frac{1}{m^2} S_{jk}(\omega) \times \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[H_j(i\omega) H(-i\omega) \frac{\varphi_j(x) \varphi_k(x)}{L_j L_k} \right] = \frac{l^2}{m^2} \left[\frac{C_T^2}{\omega^2} + \frac{K_T^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(\omega) \times \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[H_j(i\omega) H(-i\omega) \frac{\varphi_j(x) \varphi_k(x)}{L_j L_k} J_{j,k}(n) \right].$$

式中, $S_{jk}(\omega)$ 是 $F_j(t)$ 与 $F_k(t)$ 的互功率谱密度; $S_{jj}(\omega)$ 是 $F_j(t)$ 的功率谱密度。管中弯曲应力的功

率谱密度为

$$S_\sigma(x, \omega) = \left(\frac{ER}{ml} \right)^2 \pi^4 \left[\frac{C_T^2}{\omega^2} + \frac{K_T^2}{\omega^4} \right] S_{\ddot{u}_g}(\omega) \times \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(j-1)^2 (k-1)^2}{L_j L_k} \varphi_j(x) \varphi_k(x) \times H_j(i\omega) H(-i\omega) J_{j,k}(n) \right]. \quad (36)$$

4 数值计算结果及讨论

某埋地管线的材质为 API X52, 弹性模量为 210 GPa, 管子外径为 0.377 m, 壁厚为 0.006 m, 管截面积为 69.8964 cm², 管截面惯性矩 1.2029 × 10⁻⁴ m⁴。管道运行压力为 6.0 MPa, 温度为 50 °C, 地基土按中等密度砂土考虑, 地基反力系数为 5.0 ~ 50 N/m³, 地震影响烈度为 7 级。

4.1 固有频率的计算

表1和表2分别是管线轴向振动和横向振动时的固有频率, 这里假定 $K_A = K_T$, 即土壤轴向弹簧刚度和横向弹簧刚度相等。从表中可以看出, 第一阶固有频率即刚体模态对应的频率是常数, 不随管长变化。其余各阶固有频率和管长有关, 随着管长增大, 各阶固有频率相互接近。这和一般的结构力学问题有较大的区别, 一般的结构力学问题, 各阶固有频率能很好地分离, 模态之间的相互作用可以忽略不计。而埋地管道的各阶固有频率相差甚小, 出现了模态密集, 此时模态之间的相互作用不容忽略。

表1 管轴向振动固有频率 (Hz)

管长/m	1阶	2阶	3阶	4阶	5阶	6阶	7阶	8阶	9阶	10阶
400	344.8	347.2	354.3	365.8	381.3	400.4	422.6	447.4	474.4	503.2
800	344.8	345.4	347.2	350.1	354.3	359.5	365.8	373.1	381.3	390.5
1500	344.8	344.9	345.4	346.3	347.5	349.0	350.9	353.0	355.5	358.4

表2 管横向振动固有频率 (Hz)

管长/m	1阶	2阶	3阶	4阶	5阶	6阶	7阶	8阶	9阶	10阶
25	344.8	344.9	347.4	358.0	385.0	436.5	517.2	627.9	767.2	933.5
50	344.8	344.8	344.9	345.6	347.4	351.2	358.0	368.9	385.0	407.3
200	344.8	344.8	344.8	344.8	344.8	344.8	344.9	344.9	344.9	345.0

4.2 管中应力和位移

选取软土中的谱密度参数, 分别求出了管道轴向随机振动的应力和位移(图4)和横向随机振动的应力和位移(图5), 地震激励选用 H 模型, 计算中模态数取为 40。可以看出, 对于轴向振动, 在远离支座处, 管中应力和位移基本为恒值, 边界条件的影响局

限于管端附近, 这和确定性计算结果^[6]是相一致的。对于横向振动, 同样存在这种现象。因此, 只要所取管段足够长, 管两端的边界条件对管中的应力和位移基本不产生影响, 以下计算和讨论中都以管中点的应力和位移作为管中应力和位移。

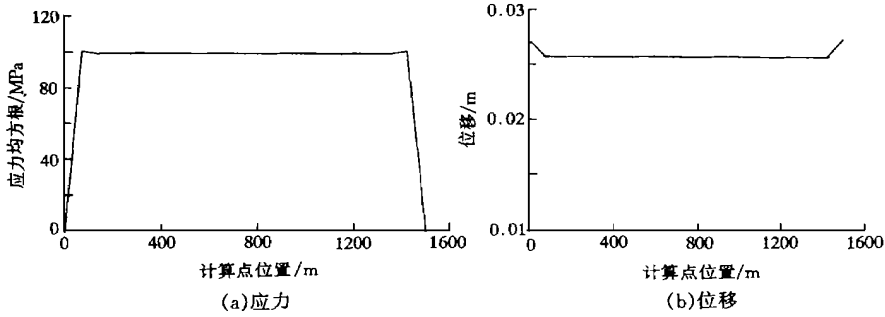


图 4 管道轴向随机振动的应力和位移

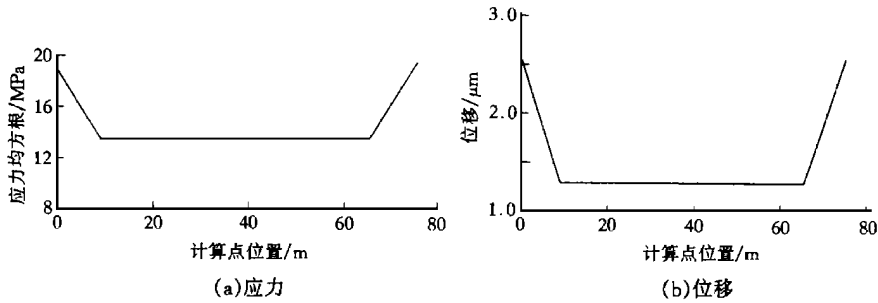


图 5 管道横向随机振动的应力和位移

4.3 模态数对计算结果的影响

图 6 所示为计算时所取模态数目对管中应力均方根值的影响,可以看出,精确的计算,需要取较多的模态数目。从对管段固有频率的分析可以看出,固有频率之间的间隔和管段长度有关,管段愈长,各阶固有频率愈接近,计算时所需的模态数目愈多。因此,实际计算时应取合适的管段长度。

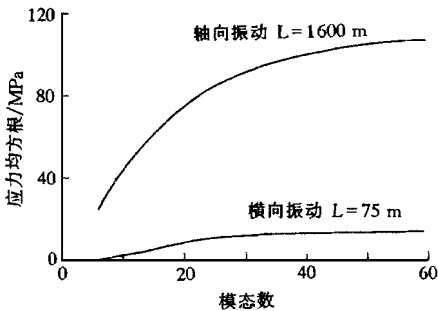


图 6 模态数目对管中应力均方根值的影响

4.4 无量纲参数 n 的影响

无量纲参数 n 表示地面振动的相关程度, n 越小,地面激振的相关程度越大, $n = 0$ 时,地面激振是完全相关的。图 7 是无量纲参数 n 对模态位移

和应力的影响。第一阶模态位移即刚体模态位移随无量纲参数 n 的增大而减小,而其余各阶模态位移随无量纲参数 n 的增加达到最大值,然后减小至零。文献 [4] 介绍了参数 n 的估算方法。

4.5 不同模型的影响

表 3 是采用 CP 模型和 H 模型计算出的在不同场地土中管中应力的均方根值。从表中可以看出,在软地基土中,用 CP 模型计算的管中应力的均方根值比用 H 模型计算的大 1 倍,而在中软和硬地基土中 CP 模型和 H 模型的计算结果相差不大。一般认为软地基土中的应力大大高于硬地基土中的应力,所以,CP 模型较为合理。同时可以看出,轴向振动产生的应力比横向振动产生的要大得多,特别是对小管径的管线,轴向振动产生的应力将是主要的。

表 3 管中应力均方根 (MPa)

振动类型	CP 模型			H 模型		
	软土	中软土	硬土	软土	中软土	硬土
轴向振动	103.56	55.07	48.29	67.97	58.94	55.91
横向振动	13.93	7.41	6.50	9.27	8.06	7.67

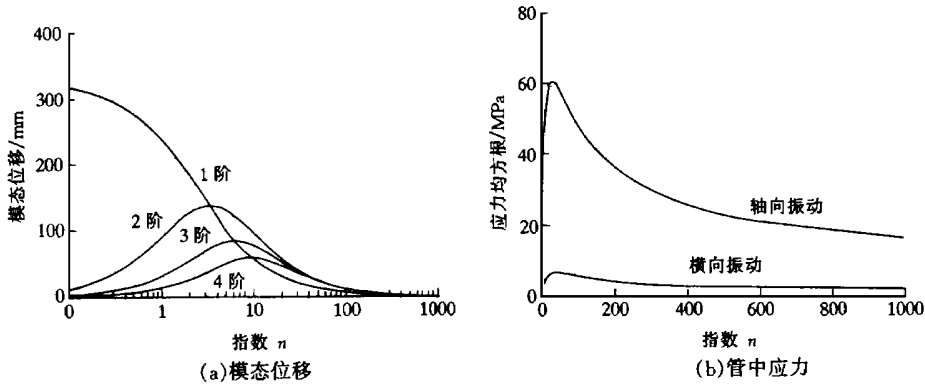


图 7 模态位移和应力随参数 n 的变化

5 结 论

(1) 无论是轴向振动还是横向振动, 长埋地管线的各阶固有频率均十分接近, 出现了模态密集现象。

(2) 边界条件的影响仅限于管端附近, 只要管段取得足够长, 管中部应力不随管段长度变化。

(3) 由于有模态密集现象和较大的阻尼, 模态之间的相互作用不可忽略。

(4) 地震动的空间相关性对管线随机振动影响很大, 因此要慎重选取。

(5) CP 模型和 H 模型都可用来计算埋地管道的随机响应, 但 CP 模型的计算结果更合理。

参考文献:

[1] Kanai K. Semi-empirical formula for the seismic charac-

teristics of the ground[J] . Bulletin of the Earthquake Research Institute, 1957, 35: 307~325.

[2] Clough R W and Penzien J. Dynamics of structures[M] . New York: McGraw-Hill Book Co Inc. 1960.

[3] 胡聿贤, 周锡元. 弹性体系在平稳和平稳化地面运动下的反应[A] . 中国科学院土木建筑研究所地震工程研究报告集(第一集)[C] . 北京: 科学出版社, 1962.

[4] Hindy A and Novak M. Pipeline response to random ground motion[J] . Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1980, 106: 339~360.

[5] Zerva A, Ang A H S and Wen Y K. Lifeline response to spatially variable ground motion[J] . International Journal of Earth Engineering Structure Dynamics, 1988, 16: 361~379.

[6] 帅健, 魏化中. 不同支座下埋地管线的地震应力分析[J] . 油气储运, 1997, 16(11): 22~24.

(责任编辑 吕 鹏)